

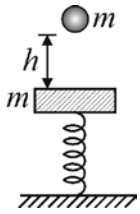
Олимпиада «Ломоносов 2024 – 2025» по физике

Заключительный этап

решения к задачам для 11-х классов

ВАРИАНТ 1.

1.1.1. Задача. Брусок массой m прикреплен к одному из концов пружины, другой конец которой закреплен на неподвижном столе, причем пружина располагается вертикально, а брусок – горизонтально (см. рисунок). С высоты $h = 20$ см на брусок падает из состояния покоя пластилиновый шарик массой m и прилипает к бруску, после чего брусок вместе с шариком начинают совершать гармонические колебания с круговой частотой $\omega = 5$ рад/с. Через какое время τ после удара брусок в первый раз поднимется на максимальную высоту? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



1.1.1. Решение. Совместим начало системы координат с положением равновесия бруска с прилипшим к нему пластилиновым шариком, координатную ось Ox направим вертикально вверх.

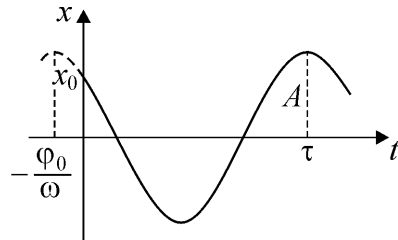
В положении равновесия бруска пружина сжата величину $\Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, а в положении равновесия

бруска с шариком – сжата на величину $\Delta x_2 = \frac{2mg}{k}$. Таким образом, в выбранной системе

начальная координата бруска с шариком $x_0 = \Delta x_2 - \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, где k – жесткость пружины, g –

ускорение свободного падения. По закону сохранения энергии модуль скорости шарика перед ударом о брусок $u_0 = \sqrt{2gh}$. По закону сохранения импульса модуль скорости бруска с шариком

сразу после соударения $v_0 = \frac{u_0}{2}$. Уравнение свободных колебаний бруска с шариком на пружине



и начальные условия имеют вид: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, $x(0) = x_0 = \frac{mg}{k}$,

$\dot{x}(0) = -v_0 = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$. Решение этого уравнения $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$,

где $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 / \omega^2}$ – амплитуда колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ – круговая

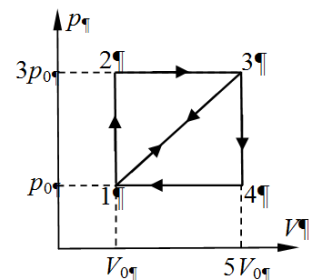
частота, $\varphi_0 = \arctg\left(-\frac{\dot{x}(0)}{\omega x(0)}\right) = \arctg\left(\frac{v_0}{\omega x_0}\right) = \arctg\left(\omega \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)$ – начальная фаза. Координата бруска с

шариком принимает в первый раз максимальное значение при условии, что $\omega t + \varphi_0 = 2\pi$. Отсюда

$\tau = \frac{1}{\omega}(2\pi - \varphi_0) = \frac{1}{\omega}\left(2\pi - \arctg\left(\omega \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)\right)$. **Ответ:** $\tau = \frac{1}{\omega}\left(2\pi - \arctg\left(\omega \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)\right) = \frac{7}{20}\pi \approx 1,1$ с.

2.2.1. Задача. С одноатомным идеальным газом проводят два циклических процесса 1-2-3-1 и 1-3-4-1 (см. рис.). При этом в изохорных процессах давление газа изменяется в 3 раза, а в изобарных процессах объем изменяется в 5 раз. Определите отношение коэффициента полезного действия первого цикла к коэффициенту полезного действия второго цикла.

2.2.1. Решение. КПД тепловой машины равен отношению работы за



цикл к количеству теплоты, полученному газом в этом цикле. Работа за цикл равна площади, ограниченной циклом на pV -диаграмме и одинакова для двух циклов. В первом цикле газ получает количество теплоты в процессах 1-2 и 2-3. Во втором цикле – в процессе 1-3. Следовательно, искомое отношение КПД циклов равно:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}}. \quad (1)$$

Определим, используя уравнение Клапейрона – Менделеева, соотношения между температурами газа в состояниях 1, 2 и 3:

$$T_1 = \frac{p_0 V_0}{\nu R}, \quad T_2 = \frac{3p_0 V_0}{\nu R} = 3T_1, \quad T_3 = \frac{3p_0 \cdot 5V_0}{\nu R} = 15T_1.$$

Здесь ν – число молей газа.

Учитывая, что молярные теплоемкости одноатомного идеального газа в изохорном и изобарном процессах равны соответственно $c_v = \frac{3}{2}R$ и $c_p = \frac{5}{2}R$, выражения для количеств теплоты принимают вид:

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(3T_1 - T_1) = 3\nu RT_1,$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(15T_1 - 3T_1) = 30\nu RT_1.$$

Количество теплоты, полученное газом во втором цикле, в соответствии с первым законом термодинамики, равно сумме изменения внутренней энергии и работы газа:

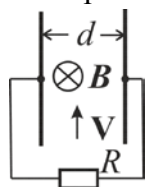
$$\begin{aligned} Q_{13} = \Delta U + A &= \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(5V_0 - V_0)(p_0 + 3p_0) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + 8p_0 V_0 = \\ &= \frac{3}{2}\nu R \cdot 14T_1 + 8\nu RT_1 = 29\nu RT_1. \end{aligned}$$

Подставляя в соотношение (1) полученные выражения для количеств теплоты, получаем искомое отношение КПД:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}} = \frac{33}{29}.$$

Ответ: $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{33}{29}.$

3.3.1.Задача Между двумя параллельными металлическими пластинами, замкнутыми на резистор с сопротивлением $R = 0,4 \text{ Ом}$ и отстоящими друг от друга на расстояние d , создан поток



проводящей жидкости, которая течёт со скоростью $V = 10 \text{ см/с}$ параллельно пластинам. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$, направленной параллельно пластинам и перпендикулярно скорости потока. При этом на резисторе R выделяется максимальная возможная при данных условиях мощность $P_m = 1 \text{ мВт}$. Определите расстояние d между пластинами.

Решение. Так как по условию задачи движущаяся между пластинами жидкость является проводящей, то на её частицы, находящейся в магнитном поле с индукцией B , будет действовать магнитная составляющая силы Лоренца, равная по модулю $F = qVB$, где q – заряд частицы жидкости. Эта сила направлена перпендикулярно пластинам, что приводит к появлению кулоновской составляющей силы Лоренца и созданию разности потенциалов между пластинами $U = Fd / q = VBd$. Поэтому сила тока через резистор R будет равна $I = U / (R + r)$, где r – внутреннее сопротивление источника. Выделяющаяся на резисторе мощность равна $P = I^2 R$. По условию эта мощность должна быть максимальной, а потому должно выполняться уравнение

$$\frac{dP(R)}{dR} = U^2 \left[\frac{(R+r)^2 - 2R(R+r)}{(R+r)^4} \right] = 0. \text{ Следовательно, } R = r, P_m = \frac{V^2 B^2 d^2}{4R}, \text{ а потому искомое}$$

$$\text{расстояние } d = \frac{2\sqrt{P_m R}}{VB} = 40 \text{ см.}$$

4.8.1. Задача. Две тонких собирающих линзы расположены так, что их главные оптические оси совпадают. Ровно посередине между ними перпендикулярно оптической оси линз помещён тонкий стержень. Расстояние от стержня до каждой линзы $d = 25$ см. Линзы создают действительные изображения стержня, причём первая линза даёт изображение без увеличения, а вторая – с увеличением $\Gamma = 3$. На какое расстояние x нужно сместить стержень параллельно самому себе вдоль оптической оси линз, чтобы оба изображения имели одинаковое увеличение? Ответ приведите в сантиметрах.

4.8.1. Решение. Построим изображения стержня в линзах (см. рисунок). Чтобы изображения имели одинаковое увеличение, стержень нужно сдвинуть к первой линзе (влево). Пусть увеличение каждого изображения при этом стало равно K . Тогда для первой линзы получим: $\frac{1}{d-x} + \frac{1}{K(d-x)} = \frac{1}{F_1}$, а для второй:

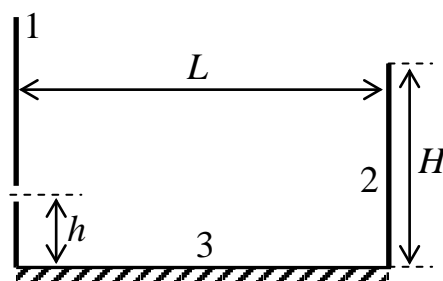
$$\frac{1}{d+x} + \frac{1}{K(d+x)} = \frac{1}{F_2}, \text{ где } F_1 \text{ и } F_2 - \text{фокусное расстояние первой и второй линзы. Решая систему}$$

из двух уравнений, получим: $x = \frac{(F_2 - F_1)d}{F_1 + F_2}$. Найдём фокусные расстояния линз. Т.к. первая линза

сначала даёт изображение без увеличения, то $d = 2F_1$ и $F_1 = d/2$. Фокусное расстояние второй линзы найдем из равенства $\frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma d} = \frac{1}{F_2}$, т.е. $F_2 = \frac{\Gamma d}{\Gamma + 1}$. Подставив эти выражения в формулу для

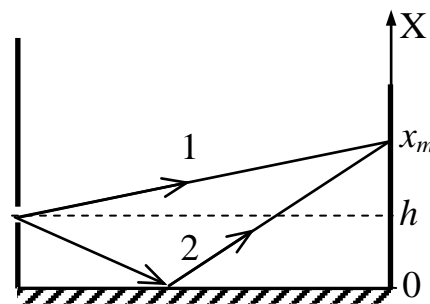
x , окончательно получим, что $x = \frac{(\Gamma - 1)d}{3\Gamma + 1}$. **Ответ:** $x = \frac{(\Gamma - 1)d}{3\Gamma + 1} = 5$ см.

5.8.1. Задача. В вертикально расположенном экране 1 сделана узкая горизонтальная щель, которая освещается монохроматическим источником света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. На расстоянии $L = 1$ м от экрана со щелью находится вертикальный экран 2. Между экранами помещено горизонтальное плоское зеркало 3 так, как показано на рисунке. Свет от щели попадает на второй экран непосредственно и после отражения от зеркала. При этом на экране наблюдается N интерференционных полос. Щель находится на расстоянии $h = 1$ мм от плоскости зеркала. Высота второго экрана равна $H = 5$ см. Найти число N интерференционных полос, наблюдаемых на экране.



5.8.1. Решение. Рассмотрим два луча, выходящие из одной точки щели и идущие в плоскости, перпендикулярной щели, как показано на рисунке. Введём систему координат в плоскости экрана 2. Луч 1 попадает в точку экрана с координатой x непосредственно от щели, а луч 2 попадает в эту же точку после отражения от зеркала. Если в указанной точке наблюдается

интерференционный максимум, то оптическая разность хода лучей 1 и 2 должна быть кратна целому числу длин волн излучения источника λ . Будем считать, что оптическая разность хода лучей равна их геометрической разности хода (абсолютный показатель преломления среды между экранами равен единице). Тогда путь, пройденный лучом 1 от щели до



экрана, равен: $S_1 = \sqrt{L^2 + (x - h)^2}$. Аналогично, путь,

пройденный лучом 2, равен: $S_2 = \sqrt{L^2 + (x + h)^2}$.

Геометрическая разность хода лучей $\Delta S = S_2 - S_1$. Последнее равенство можно записать по-

другому: $\Delta S = \frac{S_2^2 - S_1^2}{S_2 + S_1}$. По условию задачи $h \ll L$. Полагая, что наблюдаемые порядки

интерференции не слишком велики, можно считать, что и $x \ll L$. Тогда последнее равенство можно записать в виде:

$$\Delta S = \frac{S_2^2 - S_1^2}{2L} = \frac{(x + h)^2 - (x - h)^2}{2L} = \frac{2xh}{L}.$$

Пусть в точке с координатой x_m наблюдается интерференционный максимум m -го порядка,

тогда $\Delta S_m = \frac{2x_m h}{L} = m\lambda$. Пусть максимум $(m+1)$ -го порядка наблюдается в точке с координатой

x_{m+1} , тогда $\Delta S_{m+1} = \frac{2x_{m+1} h}{L} = (m+1)\lambda$. Ширина интерференционной полосы равна

$\Delta x = x_{m+1} - x_m$. Таким образом, получаем: $\Delta x = \frac{\lambda L}{2h}$. Искомое число интерференционных полос,

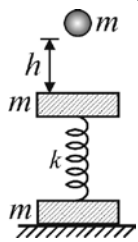
наблюдаемых на экране высотой H , равно целой части от отношения $\frac{H}{\Delta x}$, то есть:

$$N = \left[\frac{H}{\Delta x} \right] = \left[\frac{2Hh}{\lambda L} \right].$$

Ответ: $N = \left[\frac{2Hh}{\lambda L} \right] \quad N = \left[\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1} \right] \quad N = 200.$

ВАРИАНТ 2.

1.1.2. Задача. Два одинаковых бруска массой $m = 100$ г каждый, скрепленные пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м, поместили на неподвижный горизонтальный стол так, что бруски оказались друг под другом, а пружина расположилась вертикально (см. рисунок). С какой максимальной высоты h_{\max} можно уронить на верхний брусок пластилиновый шарик массой m , чтобы колебания бруска с прилипшим к нему пластилином были гармоническими? Считайте, что пружина при колебаниях бруска не сжимается полностью и во всем диапазоне деформаций подчиняется закону Гука. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



1.1.2. Решение. Колебания верхнего бруска будут оставаться гармоническими до тех пор, пока нижний брусок не начнет отрываться от стола. Для описания движения брусков совместим начало системы координат с положением равновесия верхнего бруска с прилипшим к нему пластилиновым шариком, координатную ось Ox направим вертикально вверх. В положении равновесия верхнего бруска пружина сжата величину $\Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, а в положении равновесия этого

бруска с шариком – сжата на величину $\Delta x_2 = \frac{2mg}{k}$. Таким образом, в выбранной системе

начальная координата бруска с шариком $x_0 = \Delta x_2 - \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, где k – жесткость пружины, g – ускорение свободного падения. По закону сохранения энергии модуль скорости шарика перед ударом о брусок $u_0 = \sqrt{2gh}$. По закону сохранения импульса модуль скорости бруска с шариком сразу после соударения $v_0 = \frac{u_0}{2}$. Уравнение свободных колебаний бруска с шариком на пружине

и начальные условия имеют вид: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, $x(0) = x_0 = \frac{mg}{k}$, $\dot{x}(0) = -v_0 = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$. Решение этого

уравнения $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, где $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 / \omega^2}$ – амплитуда колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ –

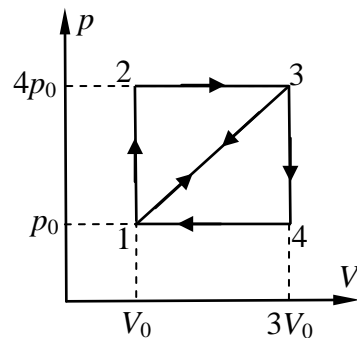
круговая частота, $\varphi_0 = \arctg\left(-\frac{\dot{x}(0)}{\omega x(0)}\right) = \arctg\left(\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$ – начальная фаза. Нижний брусок начнет

отрываться от стола, когда сила упругости растянутой пружины, направленная вверх, превысит силу тяжести, действующую на брусок, т.е. при выполнении условия $k\Delta x \geq mg$, где $\Delta x = A - \Delta x_2$ – растяжение пружины. С учетом записанных выше соотношений это условие принимает вид:

$A \geq \frac{3mg}{k}$, или $h \geq \frac{8mg}{k}$. **Ответ:** $h_{\max} = \frac{8mg}{k} = 8$ см.

2.2.2. Задача. (ОФ 2.2.) С одноатомным идеальным газом проводят два циклических процесса 1-2-3-1 и 1-3-4-1 (см. рис.). В изохорных процессах давление газа изменяется в 4 раза, а в изобарных процессах объем изменяется в 3 раза. Определите отношение коэффициента полезного действия второго цикла к коэффициенту полезного действия первого цикла.

2.2.2. Решение. КПД тепловой машины равен отношению работы за цикл к количеству теплоты, полученному в этом цикле. Работа



за цикл равна площади, ограниченной циклом на pV -диаграмме и одинакова для двух циклов. В первом цикле газ получает количество теплоты в процессах 1-2 и 2-3. Во втором цикле – в процессе 1-3. Следовательно, искомое отношение КПД циклов равно:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}}. \quad (1)$$

Определим, используя уравнение Клапейрона – Менделеева, соотношения между температурами газа в состояниях 1, 2 и 3:

$$T_1 = \frac{p_0 V_0}{\nu R}, \quad T_2 = \frac{4p_0 V_0}{\nu R} = 4T_1, \quad T_3 = \frac{4p_0 \cdot 3V_0}{\nu R} = 12T_1.$$

Здесь ν – число молей газа.

Учитывая, что молярные теплоемкости одноатомного идеального газа в изохорном и изобарном процессах равны соответственно $c_V = \frac{3}{2}R$ и $c_p = \frac{5}{2}R$, выражения для количеств теплоты принимают вид:

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(4T_1 - T_1) = \frac{9}{2}\nu RT_1,$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(12T_1 - 4T_1) = 20\nu RT_1.$$

Количество теплоты, полученное газом во втором цикле, в соответствии с первым законом термодинамики, равно сумме изменения внутренней энергии и работы газа:

$$Q_{13} = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(3V_0 - V_0)(p_0 + 4p_0) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + 5p_0 V_0 =$$

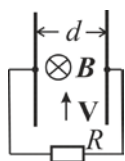
$$= \frac{33}{2}\nu RT_1 + 5\nu RT_1 = \frac{43}{2}\nu RT_1.$$

Подставляя в соотношение (1) полученные выражения для количеств теплоты, получаем искомое отношение КПД:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}} = \frac{49}{43}.$$

Ответ: $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{49}{43}.$

3.3.2.Задача Между двумя параллельными металлическими пластинами, замкнутыми на резистор с сопротивлением $R = 0,4\text{ Ом}$ и отстоящими друг от друга на расстояние $d = 40\text{ см}$, создан поток проводящей жидкости, которая течёт со скоростью $V = 10\text{ см/с}$ параллельно пластинам. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , направленной параллельно пластинам и перпендикулярно скорости потока. При этом на резисторе R выделяется максимальная возможная при данных условиях мощность $P_m = 1\text{ мВт}$. Определите модуль индукции B .

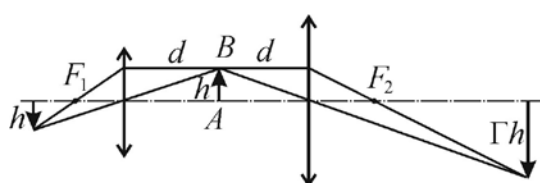


Решение. Так как по условию задачи движущаяся между пластинами жидкость является проводящей, то на её частицы, находящейся в магнитном поле с индукцией B , будет действовать магнитная составляющая силы Лоренца, равная по модулю $F = qVB$, где q – заряд частицы жидкости. Эта сила направлена перпендикулярно пластинам, что приводит к появлению кулоновской составляющей силы Лоренца и созданию разности потенциалов между пластинами $U = Fd / q = VBd$. Поэтому сила тока через резистор R будет равна $I = U / (R + r)$, где r – внутреннее сопротивление источника. Выделяющаяся на резисторе мощность равна $P = I^2 R$. По условию эта

мощность должна быть максимальной, а потому должно выполняться уравнение $\frac{dP(R)}{dR} = U^2 \left[\frac{(R+r)^2 - 2R(R+r)}{(R+r)^4} \right] = 0$. Следовательно, $R = r$, $P_m = \frac{V^2 B^2 d^2}{4R}$, а потому $B = 1$ Тл.

4.8.2. Задача. Две тонких собирающих линзы расположены так, что их главные оптические оси совпадают. Ровно посередине между ними перпендикулярно оптической оси линз помещён тонкий стержень. Линзы создают действительные изображения стержня, причём первая линза даёт изображение без увеличения, а вторая – с увеличением $\Gamma = 3$. Каковы расстояния d от стержня до каждой линзы, если, после того, как сместят стержень параллельно самому себе вдоль оптической оси линз на расстояние $x = 5$ см, увеличения обоих изображений становятся одинаковыми? Ответ приведите в сантиметрах.

4.8.2. Решение. Построим изображения стержня в линзах (см. рисунок). Чтобы изображения



имели одинаковое увеличение, стержень нужно сдвинуть к первой линзе (влево). Пусть увеличение каждого изображения при этом стало равно K . Тогда для первой линзы получим: $\frac{1}{d-x} + \frac{1}{K(d-x)} = \frac{1}{F_1}$, а для второй:

$\frac{1}{d+x} + \frac{1}{K(d+x)} = \frac{1}{F_2}$, где F_1 и F_2 – фокусное расстояние первой и второй линзы. Решая систему

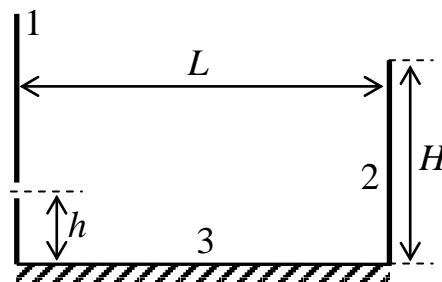
из двух уравнений, получим: $x = \frac{(F_2 - F_1)d}{F_1 + F_2}$. Найдём фокусные расстояния линз. Т.к. первая линза

сначала даёт изображение без увеличения, то $d = 2F_1$ и $F_1 = d/2$. Фокусное расстояние второй

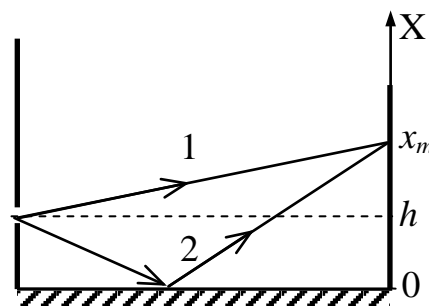
линзы найдем из равенства $\frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma d} = \frac{1}{F_2}$, т.е. $F_2 = \frac{\Gamma d}{\Gamma + 1}$. Подставив эти выражения в формулу для

x , получим, что $x = \frac{(\Gamma - 1)d}{3\Gamma + 1}$. Отсюда $d = \frac{(3\Gamma + 1)x}{(\Gamma - 1)}$. **Ответ:** $d = \frac{(3\Gamma + 1)x}{(\Gamma - 1)} = 25$ см.

5.8.2. Задача. В вертикально расположенном экране 1 сделана узкая горизонтальная щель, которая освещается монохроматическим источником света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. На некотором расстоянии L от экрана со щелью находится вертикальный экран 2. Между экранами помещено горизонтальное плоское зеркало 3 так, как показано на рисунке. Свет от щели попадает на второй экран непосредственно и после отражения от зеркала. При этом на экране наблюдаются интерференционные полосы. Щель находится на расстоянии h от плоскости зеркала. Высота второго экрана равна $H = 5$ см. Число интерференционных полос на экране $N = 200$. Найти расстояние L между экранами при условии, что $h \ll L$. Ответ получить в метрах.



5.8.2. Решение. Рассмотрим два луча, выходящие из одной точки щели и идущие в плоскости, перпендикулярной щели, как показано на рисунке. Введём систему координат в плоскости экрана 2. Луч 1 попадает в точку экрана с координатой x непосредственно от щели, а луч 2 попадает в эту



же точку после отражения от зеркала. Если в указанной точке наблюдается интерференционный максимум, то оптическая разность хода лучей 1 и 2 должна быть кратна целому числу длин волн излучения источника λ . Будем считать, что оптическая разность хода лучей равна их геометрической разности хода (абсолютный показатель преломления среды между экранами равен единице). Тогда путь, пройденный лучом 1 от щели до экрана, равен: $S_1 = \sqrt{L^2 + (x - h)^2}$.

Аналогично, путь, пройденный лучом 2, равен: $S_2 = \sqrt{L^2 + (x + h)^2}$. Геометрическая разность хода лучей $\Delta S = S_2 - S_1$. Последнее равенство можно записать по-другому: $\Delta S = \frac{S_2^2 - S_1^2}{S_2 + S_1}$. По

условию задачи $h \ll L$. Полагая, что наблюдаемые порядки интерференции не слишком велики, можно считать, что и $x \ll L$. Тогда последнее равенство можно записать в виде:

$$\Delta S = \frac{S_2^2 - S_1^2}{2L} = \frac{(x + h)^2 - (x - h)^2}{2L} = \frac{2xh}{L}.$$

Пусть в точке с координатой x_m наблюдается интерференционный максимум m -того порядка, тогда $\Delta S_m = \frac{2x_m h}{L} = m\lambda$. Пусть максимум $(m+1)$ -го порядка наблюдается в точке с

координатой x_{m+1} , тогда $\Delta S_{m+1} = \frac{2x_{m+1} h}{L} = (m+1)\lambda$. Ширина интерференционной полосы равна

$\Delta x = x_{m+1} - x_m$. Таким образом, получаем: $\Delta x = \frac{\lambda L}{2h}$. Число интерференционных полос,

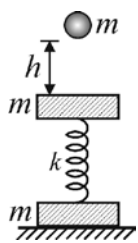
наблюдаемых на экране высотой H , равно целой части от отношения $\frac{H}{\Delta x}$, т.е. $N = \left[\frac{H}{\Delta x} \right]$. По условию задачи $N = 200$. Таким образом, искомое расстояние L между экранами равно:

$$L = \frac{2Hh}{\lambda N}.$$

Ответ: $L = \frac{2Hh}{\lambda N}$ $L = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 200}$ $L = 1 \text{ м.}$

ВАРИАНТ 3.

1.1.3. Задача. Два одинаковых бруска массой $m = 100$ г каждый, скрепленные пружиной, поместили на неподвижный горизонтальный стол так, что бруски оказались друг под другом, а пружина расположилась вертикально (см. рисунок). Чему равна жесткость пружины k , если максимальная высота, с которой можно уронить на верхний брусок пластилиновый шарик массой m , при которой колебания бруска с прилипшим к нему пластилином будут гармоническими, равна $h_{\max} = 8$ см? Считайте, что пружина при колебаниях бруска не сжимается полностью и во всем диапазоне деформаций подчиняется закону Гука. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



1.1.3. Решение. Колебания верхнего бруска будут оставаться гармоническими до тех пор, пока нижний брусок не начнет отрываться от стола. Для описания движения брусков совместим начало системы координат с положением равновесия верхнего бруска с прилипшим к нему пластилиновым шариком, координатную ось Ox направим вертикально вверх. В положении равновесия верхнего бруска пружина сжата величину $\Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, а в положении равновесия этого

бруска с шариком – сжата на величину $\Delta x_2 = \frac{2mg}{k}$. Таким образом, в выбранной системе

начальная координата бруска с шариком $x_0 = \Delta x_2 - \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, где k – жесткость пружины, g – ускорение свободного падения. По закону сохранения энергии модуль скорости шарика перед ударом о брусок $u_0 = \sqrt{2gh}$. По закону сохранения импульса модуль скорости бруска с шариком сразу после соударения $v_0 = \frac{u_0}{2}$. Уравнение свободных колебаний бруска с шариком на пружине

и начальные условия имеют вид: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, $x(0) = x_0 = \frac{mg}{k}$, $\dot{x}(0) = -v_0 = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$. Решение этого

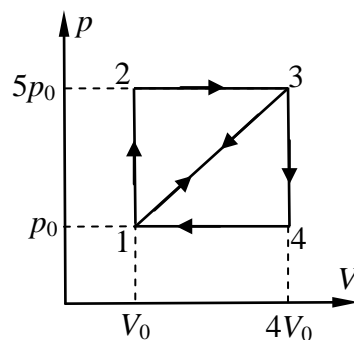
уравнения $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, где $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 / \omega^2}$ – амплитуда колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ –

круговая частота, $\varphi_0 = \arctg\left(-\frac{\dot{x}(0)}{\omega x(0)}\right) = \arctg\left(\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$ – начальная фаза. Нижний брусок начнет

отрываться от стола, когда сила упругости растянутой пружины, направленная вверх, превысит силу тяжести, действующую на брусок, т.е. при выполнении условия $k\Delta x \geq mg$, где $\Delta x = A - \Delta x_2$ – растяжение пружины. С учетом записанных выше соотношений это условие принимает вид:

$A \geq \frac{3mg}{k}$, или $h \geq \frac{8mg}{k}$. **Ответ:** $k = \frac{8mg}{h_{\max}} = 100$ Н/м.

2.2.3. Задача. (ОФ 2.3.) С одноатомным идеальным газом проводят два циклических процесса 1-2-3-1 и 1-3-4-1 (см. рис.). В изохорных процессах давление газа изменяется в 5 раз, а в изобарных процессах объем изменяется в 4 раза. Определите отношение коэффициента полезного действия второго цикла к коэффициенту полезного действия первого цикла.



Решение. КПД тепловой машины равен отношению работы за цикл к количеству теплоты, полученному в этом цикле. Работа за цикл равна площади, ограниченной циклом на pV -диаграмме и одинакова для двух циклов. В первом цикле газ получает количество теплоты в процессах 1-2 и 2-3. Во втором цикле – в процессе 1-3. Следовательно, искомое отношение КПД циклов равно:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}}. \quad (1)$$

Определим, используя уравнение Клапейрона – Менделеева, соотношения между температурами газа в состояниях 1, 2 и 3:

$$T_1 = \frac{p_0 V_0}{\nu R}, \quad T_2 = \frac{5p_0 V_0}{\nu R} = 5T_1, \quad T_3 = \frac{5p_0 \cdot 4V_0}{\nu R} = 20T_1.$$

Здесь ν – число молей газа.

Учитывая, что молярные теплоемкости одноатомного идеального газа в изохорном и изобарном процессах равны соответственно $c_v = \frac{3}{2}R$ и $c_p = \frac{5}{2}R$, выражения для количеств теплоты принимают вид:

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(5T_1 - T_1) = 6\nu RT_1,$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(20T_1 - 5T_1) = \frac{75}{2}\nu RT_1.$$

Количество теплоты, полученное газом во втором цикле, в соответствии с первым законом термодинамики, равно сумме изменения внутренней энергии и работы газа:

$$Q_{13} = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(4V_0 - V_0)(p_0 + 5p_0) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + 9p_0 V_0 =$$

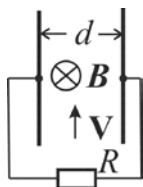
$$= \frac{57}{2}\nu RT_1 + 9\nu RT_1 = \frac{75}{2}\nu RT_1.$$

Подставляя в соотношение (1) полученные выражения для количеств теплоты, получаем искомое отношение КПД:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}} = \frac{87}{75}.$$

Ответ: $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{87}{75}.$

3.3.3.Задача Между двумя параллельными металлическими пластинами, замкнутыми на резистор с сопротивлением $R = 0,4 \text{ Ом}$ и отстоящими друг от друга на расстояние $d = 40 \text{ см}$, создан поток проводящей жидкости, которая течёт со скоростью V параллельно пластинам. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$, направленной параллельно пластинам и перпендикулярно скорости потока. При этом на резисторе R выделяется максимальная возможная при данных условиях мощность $P_m = 1 \text{ мВт}$. Определите модуль скорости потока.

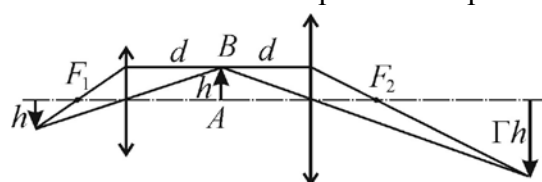


Решение. Так как по условию задачи движущаяся между пластинами жидкость является проводящей, то на её частицы, находящейся в магнитном поле с индукцией B , будет действовать магнитная составляющая силы Лоренца, равная по модулю $F = qVB$, где q – заряд частицы жидкости. Эта сила направлена перпендикулярно пластинам, что приводит к появлению кулоновской составляющей силы Лоренца и созданию разности потенциалов между пластинами $U = Fd / q = VBd$. Поэтому сила тока через резистор R будет равна $I = U / (R + r)$, где r – внутреннее сопротивление источника. Выделяющаяся на резисторе мощность равна $P = I^2 R$. По условию эта

мощность должна быть максимальной, а потому должно выполняться уравнение $\frac{dP(R)}{dR} = U^2 \left[\frac{(R+r)^2 - 2R(R+r)}{(R+r)^4} \right] = 0$. Следовательно, $R = r$, $P_m = \frac{V^2 B^2 d^2}{4R}$, а потому $V = 10$ см/с.

4.8.3. Задача. Две тонких собирающих линзы расположены так, что их главные оптические оси совпадают. Ровно посередине между ними перпендикулярно оптической оси линз помещён тонкий стержень. Расстояние от стержня до каждой линзы $d = 25$ см. Линзы создают действительные изображения стержня, причём первая линза даёт изображение без увеличения, а вторая – с некоторым увеличением Γ . Каково Γ , если, после того, как сместят стержень параллельно самому себе вдоль оптической оси линз на расстояние $x = 5$ см, увеличения обоих изображений становятся одинаковыми? Ответ приведите в сантиметрах.

4.8.3. Решение. Построим изображения стержня в линзах (см. рисунок). Чтобы изображения



имели одинаковое увеличение, стержень нужно сдвинуть к первой линзе (влево). Пусть увеличение каждого изображения при этом стало равно K . Тогда для первой линзы получим: $\frac{1}{d-x} + \frac{1}{K(d-x)} = \frac{1}{F_1}$, а для второй:

$\frac{1}{d+x} + \frac{1}{K(d+x)} = \frac{1}{F_2}$, где F_1 и F_2 – фокусное расстояние первой и второй линзы. Решая систему

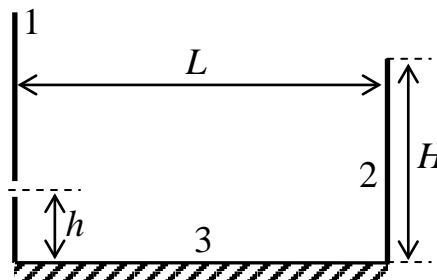
из двух уравнений, получим: $x = \frac{(F_2 - F_1)d}{F_1 + F_2}$. Найдём фокусные расстояния линз. Т.к. первая линза

сначала даёт изображение без увеличения, то $d = 2F_1$ и $F_1 = d/2$. Фокусное расстояние второй

линзы найдем из равенства $\frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma d} = \frac{1}{F_2}$, т.е. $F_2 = \frac{\Gamma d}{\Gamma + 1}$. Подставив эти выражения в формулу для

x , получим, что $x = \frac{(\Gamma - 1)d}{3\Gamma + 1}$. Отсюда $\Gamma = \frac{x + d}{d - 3x}$. **Ответ:** $\Gamma = \frac{x + d}{d - 3x} = 3$.

5.8.3. Задача. В вертикально расположенном экране 1 сделана узкая горизонтальная щель, которая освещается монохроматическим источником света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. На расстоянии $L = 1$ м от экрана со щелью находится вертикальный экран 2. Между экранами помещено горизонтальное плоское зеркало 3 так, как показано на рисунке. Свет от щели попадает на второй экран непосредственно и после отражения от зеркала. При этом на экране наблюдаются интерференционные полосы. Щель находится на некотором расстоянии h от плоскости зеркала. Высота второго экрана равна $H = 5$ см. Число интерференционных полос на экране $N = 200$. Найти расстояние h от щели до плоскости зеркала при условии, что $h \ll L$. Ответ получить в миллиметрах.



5.8.3. Решение. Рассмотрим два луча, выходящие из одной точки щели и идущие в плоскости, перпендикулярной щели, как показано на рисунке. Введём систему координат в плоскости экрана 2. Луч 1 попадает в точку экрана с координатой x непосредственно от щели, а луч 2 попадает в эту же точку после отражения от зеркала. Если в указанной точке наблюдается интерференционный максимум, то оптическая разность хода лучей 1 и 2 должна быть кратна

целому числу длин волн излучения источника λ . Будем считать, что оптическая разность хода лучей равна их геометрической разности хода (абсолютный показатель преломления среды между экранами равен единице). Тогда путь, пройденный лучом 1 от щели до экрана, равен:

$$S_1 = \sqrt{L^2 + (x-h)^2}.$$

Аналогично, путь, пройденный лучом 2, равен: $S_2 = \sqrt{L^2 + (x+h)^2}$. Геометрическая

разность хода лучей $\Delta S = S_2 - S_1$. Последнее равенство

можно записать по-другому: $\Delta S = \frac{S_2^2 - S_1^2}{S_2 + S_1}$. По условию задачи $h \ll L$. Полагая, что

наблюдаемые порядки интерференции не слишком велики, можно считать, что и $x \ll L$. Тогда последнее равенство можно записать в виде:

$$\Delta S = \frac{S_2^2 - S_1^2}{2L} = \frac{(x+h)^2 - (x-h)^2}{2L} = \frac{2xh}{L}.$$

Пусть в точке с координатой x_m наблюдается интерференционный максимум m -го порядка, тогда $\Delta S_m = \frac{2x_m h}{L} = m\lambda$. Пусть максимум $(m+1)$ -го порядка наблюдается в точке с координатой

x_{m+1} , тогда $\Delta S_{m+1} = \frac{2x_{m+1} h}{L} = (m+1)\lambda$. Ширина интерференционной полосы равна

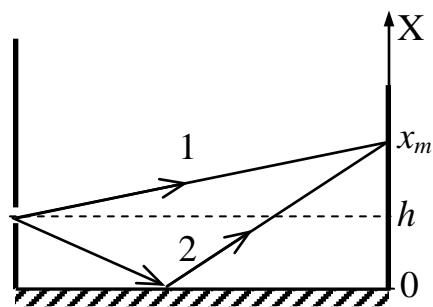
$\Delta x = x_{m+1} - x_m$. Таким образом, получаем: $\Delta x = \frac{\lambda L}{2h}$. Число интерференционных полос,

наблюдаемых на экране высотой H , равно целой части от отношения $\frac{H}{\Delta x}$, т.е. $N = \left[\frac{H}{\Delta x} \right]$. По

условию задачи $N = 200$. Таким образом, искомое расстояние h от щели до плоскости зеркала равно:

$$h = \frac{\lambda L N}{2H}.$$

$$\text{Ответ: } h = \frac{\lambda L N}{2H} \quad h = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 200}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \quad h = 1 \text{ мм.}$$



Критерии оценки

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 20 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **1 – 10 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **11 – 15 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **16-19 баллов**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **20 баллов**.